

FGE2255 Física Experimental para o Instituto de Química

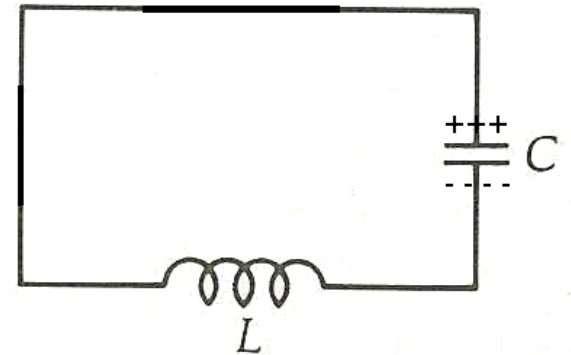
Segundo Semestre de 2008
Experimento 5

http://fge.if.usp.br/~takagui/fge2255_2008

E5: Ressonância

- Objetivos:
 - Estudar o fenômeno da ressonância em um circuito RLC série
 - Oscilações em um circuito LC
 - Oscilações forçadas e ressonância
 - Estudar fenômenos transitórios em um circuito RLC série

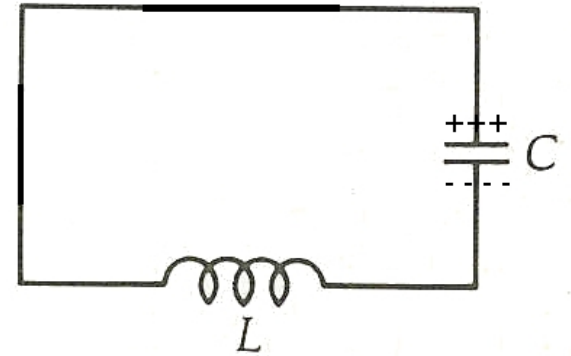
Oscilações num circuito LC



- Qualitativo:
 - Coloco carga inicial no capacitor
 - Capacitor descarrega gerando corrente
 - Quando $Q=0$, cargas não param e capacitor se carrega com carga oposta à inicial
 - Quando carga completa, corrente cessa momentaneamente, mas então capacitor começa a descarregar, e agora corrente é no sentido oposto ao inicial, etc...
 - Papel do indutor: opor resistência à alteração da corrente

Oscilações num circuito LC

- Quantitativo:



$$V_L + V_C = 0 \rightarrow L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \rightarrow L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{I}{C} = 0$$

análogo a $m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$, oscilação com $\omega_o = \sqrt{k/m}$

$\therefore$ circuito LC oscilará com $\omega_o = \sqrt{1/LC}$

Oscilações forçadas em RLC

- Circuito oscilará com frequência imposta e não com sua frequência natural.
- Amplitude da oscilação depende de quanto a frequência imposta se aproxima da natural
- Ressonância: quando a frequência imposta coincidir com a frequência natural, o sistema oscilará com a máxima amplitude pois conseguirá absorver ao máximo a energia da fonte.

Oscilações forçadas em RLC

$$V_L + V_R + V_C = V_G \rightarrow L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = V_G \rightarrow L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{dV_G}{dt}$$

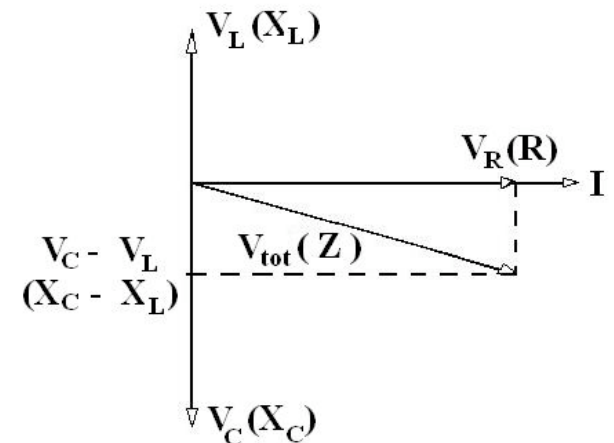
Solução é tipo : $I(t) = I_m e^{i\omega t}$ quando $V_G = V_{G_m} e^{i\omega t}$:

$$-L\omega^2 I_m e^{i\omega t} + iR\omega I_m e^{i\omega t} + \frac{1}{C} I_m e^{i\omega t} = i\omega V_{G_m} e^{i\omega t}$$

$$\rightarrow (-L\omega^2 + iR\omega + \frac{1}{C}) I_m = i\omega V_{G_m}$$

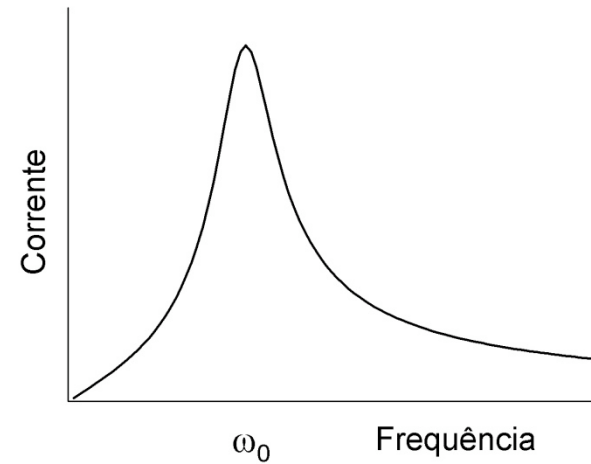
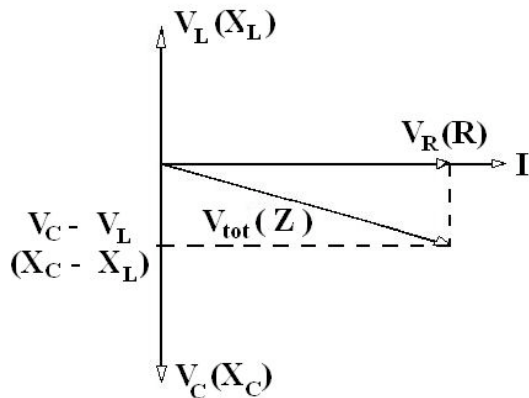
$$\rightarrow I_m = \frac{V_{G_m}}{R + 1/i\omega C - \omega L/i} = \frac{V_{G_m}}{R + i(\omega L - 1/\omega C)}$$

$$\rightarrow I_m = \frac{V_{G_m}}{Z^*}, Z^* = R + i(\omega L - 1/\omega C)$$



Oscilações forçadas em RLC

- Impedância do circuito:

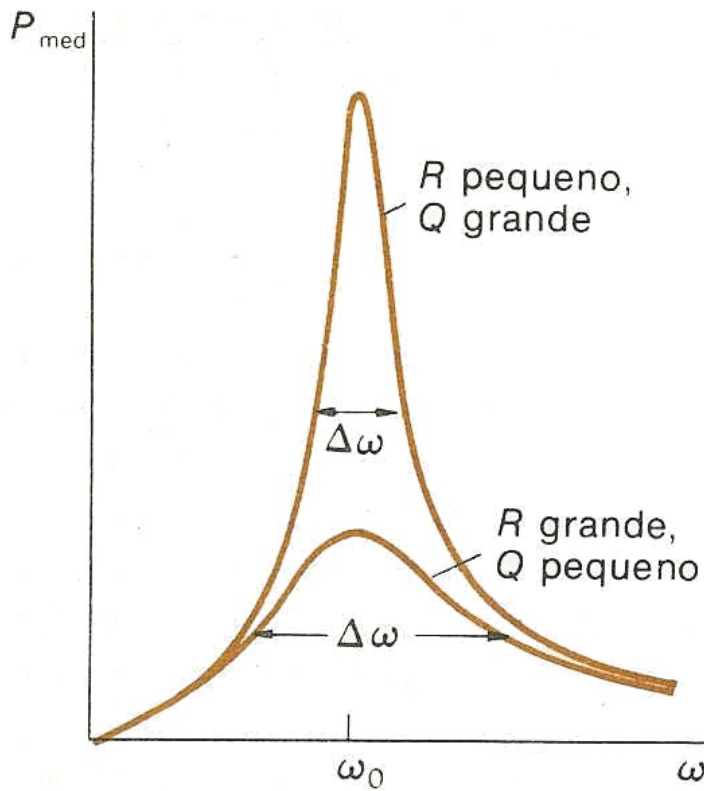


$$Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}, x_C = 1/\omega C, x_L = \omega L$$

$$|I| = \frac{|V_G|}{Z} = \frac{|V_G|}{\sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}}, \therefore \text{máx quando } x_L = x_C$$

$$\rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega = \sqrt{1/LC} = \omega_o$$

Ressonância: fator de qualidade Q

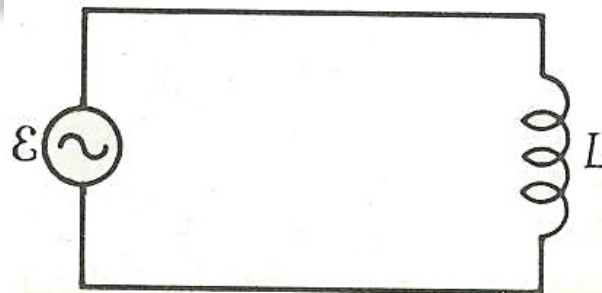


$$Q = \frac{\omega_o}{\Delta\omega} = \frac{\omega_o L}{R}$$

Procedimento Experimental

- Impedância do Indutor:

$$x_L = 2\pi fL = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}$$



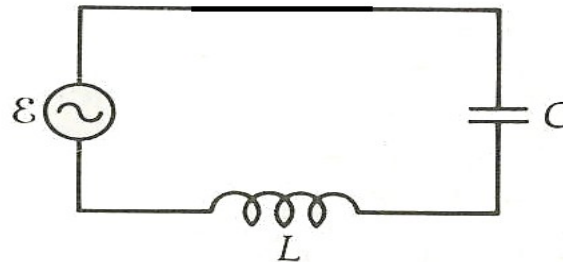
- Monte um circuito com apenas fonte+indutor, mais amperímetro e voltímetro **em modo AC**
- Mas indutor tem resistência então o que **medimos** (V_{ef}/I_{ef}) é a impedância **total** dele e não apenas x_L :

$$Z = \sqrt{R_L^2 + x_L^2}$$

- Faça um gráfico das impedâncias medidas contra a frequência (uns 5 valores de f , de dezenas a 1k) e compare com as nominais, representadas no mesmo gráfico. Discuta os resultados. A tabela com os dados e incertezas deve ser apresentada, bem como a dos valores nominais!

Procedimento Experimental

- Curva de ressonância:



- Sabendo o L , calcule o C que leva a uma frequência de ressonância de ~ 2000 Hz.
- Monte um circuito LC série com fonte senoidal e mais um amperímetro em modo AC.
- Meça a frequência onde a corrente é máxima e compare com sua previsão $\omega_0 = 1/(LC)^{1/2}$.
- Anote todos os valores nominais relevantes e meça a curva de ressonância (I contra f) para a frequência de ressonância, e mais 5 pontos antes e 5 pontos depois da ressonância. Faça um gráfico. Apresente a tabela de dados e incertezas.
- Adicione uma resistência de cerca de 100 ohms e verifique que a corrente máxima cai e a largura da ressonância aumenta

Oscilações Transitórias

- Resposta a perturbações repentinas como ligar e desligar a fonte.
- É solução do circuito com $V_g=0$

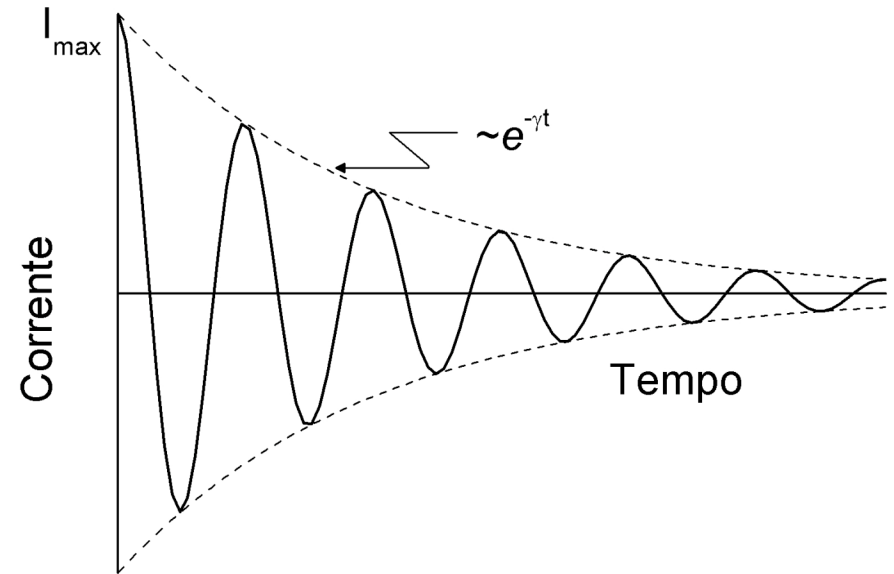
$$V_L + V_R + V_C = 0 \rightarrow L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = 0 \rightarrow L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0$$

Solução é : $I(t) = I_o e^{-\gamma \cdot t} \sin(\omega t + \phi)$, $\gamma = R/2L$, $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - \gamma^2}$

Haverá oscilações se $\omega_o^2 > \gamma^2$ ou seja, $R^2 < 4L/C$

Oscilações Transitórias

- Decaimento da amplitude

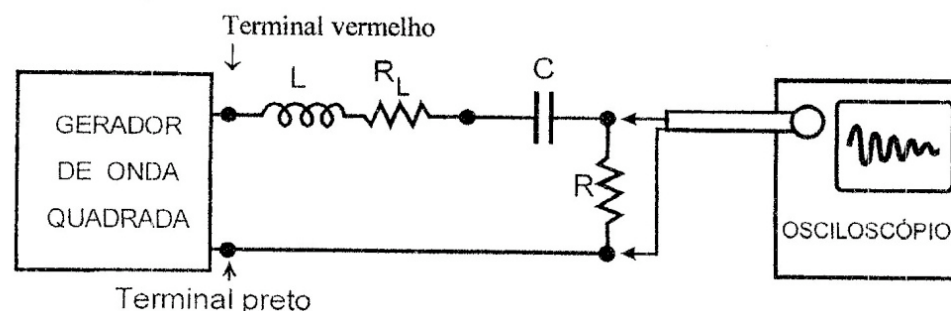


$$A(t) = I_o e^{-\gamma \cdot t} \rightarrow \ln A = \ln I_o - \gamma \cdot t$$

Um gráfico de $\ln A \times t$ será uma reta
com coeficiente angular $-\gamma$

Procedimento Experimental

- Monte o circuito abaixo, usando os mesmos L e C e uma resistência pequena tipo 10Ω



- Ajuste a frequência da onda quadrada para observar as oscilações amortecidas
- Meça a frequência da oscilação e compare com o valor esperado $\omega = (\omega_0^2 - \gamma^2)^{1/2}$ onde $\omega_0 = 1/(LC)^{1/2}$ e $\gamma = R/2L$, e R é a resistência total do circuito incluindo a fonte (50Ω) e o indutor (R_L).
- Meça a constante γ do decaimento exponencial, medindo uns 5 pontos da amplitude da oscilação em função do tempo (0, T, 2T, ...), e achando o coeficiente angular de $\ln A$ versus t, e compare com o valor esperado $R/2L$. Apresente a tabela com os dados e incertezas bem como o gráfico.
- Tente prever o que ocorrerá com ω e com γ se aumentar o C, verifique qualitativamente olhando a nova oscilação e discuta.
- Volte aos valores iniciais de R, L e C utilizando agora a década de resistores: vá aumentando R, observe o que acontece e discuta.

Relatório

- Siga as orientações propostas na apostila
- Tabelas e gráficos devem ser identificados com títulos