

FMT 401 Lista 1a

August 21, 2002

Notação: o problema k do capítulo x do livro cujo autor tem inicial y será representado por $Y.x.k$. Os livros serão indicados em cada lista, mas em geral serão Reif, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics* e Salinas, *Introdução à Física Estatística*.

(1.a.1) $R.1.8$ (dois bebados...), (1.a.2) $R.1.9$ ou $S.1.5$ (Poisson) (1.a.3) $R.1.26$ ou $S.1.7$ (Cauchy-Lorentz) (note que as integrais necessárias são muito fáceis de calcular usando resíduos) (1.a.4) Se v ficou insatisfeito com o Teorema Central do Limite leia o apêndice de Kinchin sobre Teorema Central do Limite

(1.a.5) (Distribuição χ^2 , chi quadrado). Considere n variáveis independentes, cada uma com distribuição gaussiana ou normal $P(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp(-\frac{x_i^2}{2\sigma_i^2})$. A distribuição conjunta é dada por

$$P(x_i) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n} \exp(-\sum \frac{x_i^2}{2\sigma_i^2}).$$

(Pq?). Defina $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}$, que por sua vez é uma variável aleatória. Qual é a sua distribuição? Devemos olhar para a densidade de probabilidade de que χ^2 caia num determinado intervalo $d\chi^2$ que é dada por

$$P(\chi^2) = \int \dots \int \delta\left(\chi^2 - \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}\right) \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n} \exp(-\sum \frac{x_i^2}{2\sigma_i^2}) dx_1 \dots dx_n.$$

Mude variáveis $y = x/\sigma$. Mostre que o resultado é $P(\chi^2) = K_n \chi^{n-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$. Não é necessário, mas sim um desafio, encontrar o valor de $K_n = (2^{\frac{1}{2}(n-2)} (n/2 - 1)!)^{-1}$. {Você pode dar uma interpretação para esta distribuição? Considere n dados e uma hipótese sobre esses dados que dá uma estimativa -junto com uma estimativa das variâncias. A partir dos erros x_i podemos formar então χ^2Pense um pouco sobre o que ocorreria se há erros sistematicos. Qual é o valor de χ^2 mais provável e qual a largura da distribuição }